

## Gli sviluppi piani delle forme tridimensionali (1)

Se si deve creare lo sviluppo piano di un anello o di un castone tondo è lecito domandarsi se, per quanto riguarda la lunghezza, ci si deve affidare solo all'occhio o all'esperienza, oppure se esiste un metodo matematico con cui si può calcolare con esattezza. Effettivamente tale metodo esiste ed è ben noto a chiunque lavori professionalmente nelle costruzioni meccaniche.

Per illustrare questo calcolo - che è pure abbastanza semplice peraltro - è necessario avere presenti le deformazioni che una lastra subisce quando viene incurvata. Immaginiamo di vedere una striscia piana di metallo dalla parte dello spessore: per chiarezza chiamiamo le due facce della lastra **A** e **B** (figura 1). Quando la lastra è ancora piana le sue due facce sono di pari lunghezza, ma se pieghiamo la lastra in tondo noteremo che danno luogo a due circonferenze diverse: in questo caso il diametro di **B** è maggiore di **A** e, inoltre, nessuno dei due coincide con quello che risulterebbe matematicamente dallo sviluppo di partenza (Diametro = sviluppo / 3,14) (figura 2).

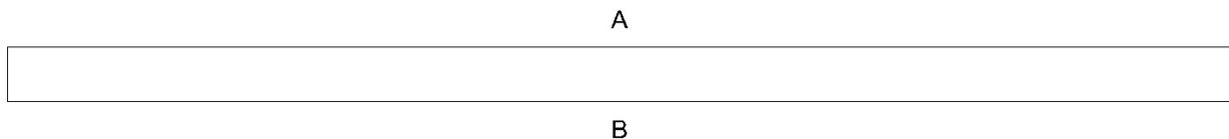


Figura 1

Cos'è avvenuto al metallo durante la piegatura? Per capirlo individuamo una linea immaginaria (tratteggiata) collocata esattamente al centro dello spessore della lastra; durante la piegatura noteremo che il metallo posizionato da questa linea verso l'interno della piegatura (lato **A**) viene soggetto a compressione, subendo quindi un restringimento nel senso della lunghezza e una certa dilatazione nel verso della larghezza. Al contrario, il metallo posto dalla linea mediana verso l'esterno (lato **B**) subisce uno stiramento nel verso della lunghezza e una contrazione in quello della larghezza. In conseguenza di ciò non saranno né la circonferenza interna né quella esterna, che subiscono entrambe una deformazione durante la piegatura, a corrispondere allo sviluppo di partenza, bensì quella mediana che, non subendo alcuna modifica, viene chiamata 'asse neutro' (figura 3).

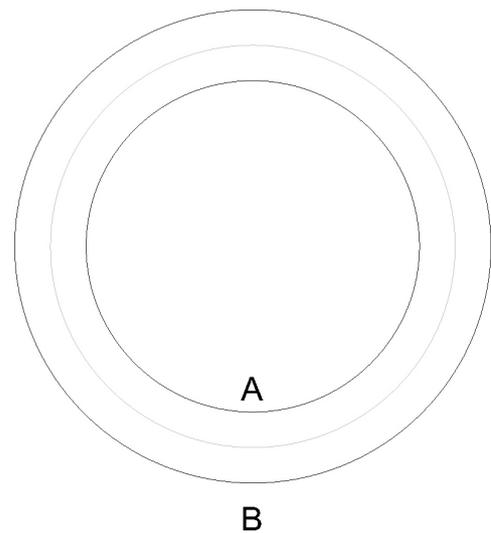


Figura 2

Per effetto di queste compressioni e stiramenti le lastre piegate non rimangono piane nel verso perpendicolare alla piegatura, ma assumono un tipico imbarcamento, tanto più accentuato quanto più stretto è il raggio di curvatura (figura 4).

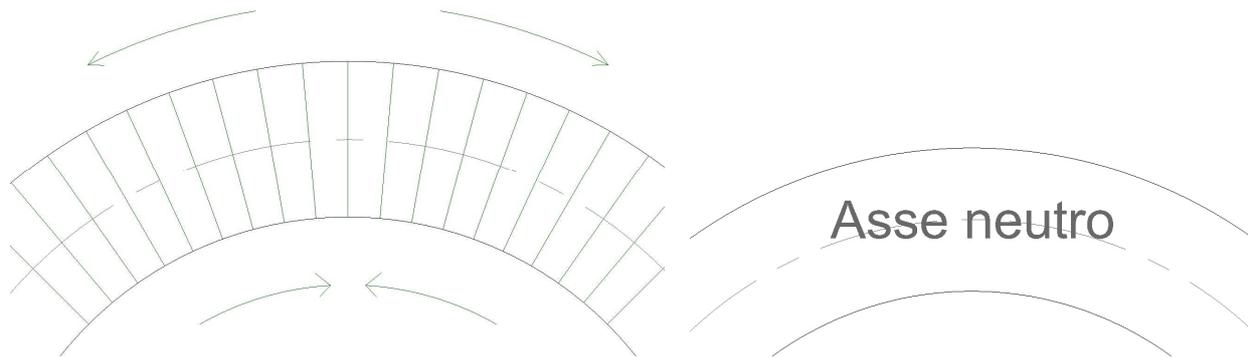


Figura 3

Giungiamo quindi a definire il calcolo matematico per ottenere lo sviluppo esatto. Abbiamo visto come la circonferenza dell'asse neutro sia quella corrispondente allo sviluppo piano, e il modo per individuarne il diametro è semplice: se si ha come riferimento il diametro interno, come avviene normalmente per gli anelli, dobbiamo sommare a questo lo spessore della lastra che si deve piegare, il diametro dell'asse neutro, infatti, sarà pari a quello interno più due volte il mezzo spessore della lastra. Se il riferimento è il diametro esterno, lo spessore della lastra va invece sottratto. Una volta ottenuto il diametro dell'asse neutro, questo va moltiplicato per 3,14 per ottenere la lunghezza della circonferenza. Possiamo quindi scrivere per esteso le due formule:

(diametro interno + spessore della lastra) x 3,14;

(diametro esterno – spessore della lastra) x 3,14

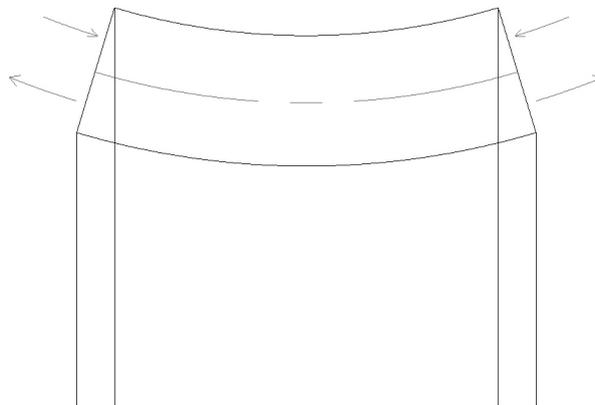


Figura 4

I calcoli per lo sviluppo piano di un'ellisse sono un po' più complicati. Se si fa una ricerca in Internet per cercare la formula precisa della lunghezza di un'ellisse si capisce che ce ne sono diverse, sono abbastanza complesse e, comunque, danno spesso un risultato approssimativo. Una scorciatoia abbastanza pratica e sufficientemente precisa è la seguente:

considerando l'ellisse un cerchio deformato, come potremmo facilmente verificare schiacciando un cerchio in una direzione, noteremmo che, fino a un certo punto, l'accorciamento avvenuto su un asse viene compensato sull'asse perpendicolare. Possiamo quindi ricondurre con una certa approssimazione un'ellisse

al cerchio da cui è derivata facendo semplicemente la media dei due assi, mentre lo sviluppo piano verrebbe così ottenuto dalle formule dei cerchi che abbiamo visto. In sostanza la formula è questa:

$$\text{Sviluppo dell'ellisse} = \left[ \frac{(\text{asse maggiore} + \text{asse minore})}{2} + o - \text{spessore della lastra} \right] \times 3,14$$

La lunghezza così ottenuta dello sviluppo risulta sempre leggermente più corta, ma siamo nell'ordine dello 0,25% per ellissi abbastanza vicine al cerchio, 1% per ellissi medie e 2,5% e oltre per ellissi allungate. Sarà sufficiente quindi aggiungere questa piccola percentuale al risultato ottenuto con una formula per compensare questo gap. Vediamo un esempio:

si deve realizzare un castone ovale che misura all'esterno 16 x 22 mm con una lastra di spessore 1,5 mm (figura 5). La formula sarà:

$$(16 + 22)/2 - 1,5) \times 3,14 = (19 - 1,5) \times 3,14 = 54,95 \text{ mm}$$

Aggiungendo la correzione del 1% si ha:  $54,95/100 \times 101 = 55,49$  (risultato molto vicino a quello reale, che è 55,35 mm).

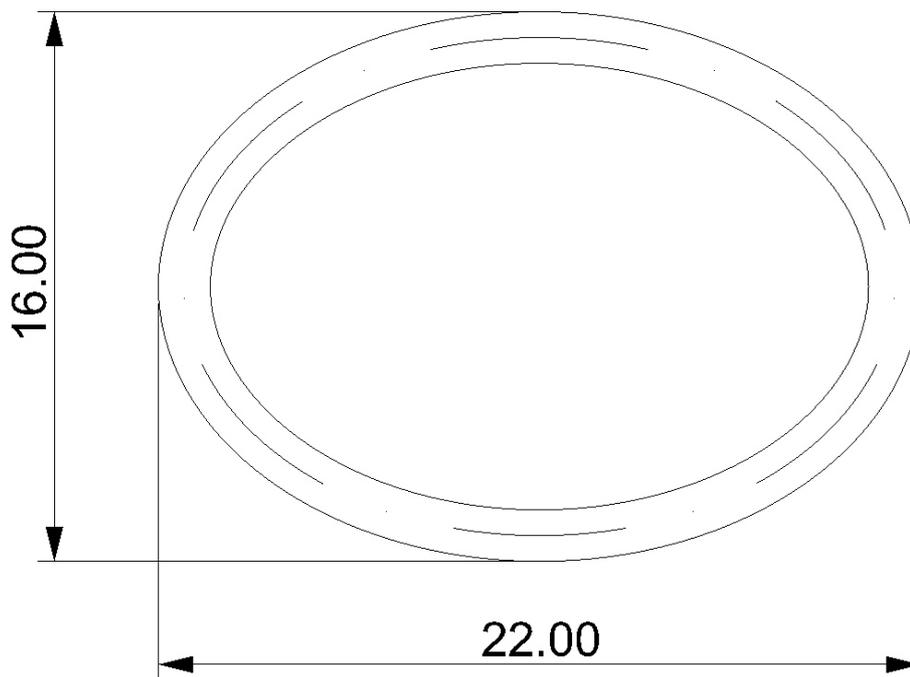


Figura 5